



# آزمون میان ترم درس ریاضی عمومی (۱)

رشته: مهندسی شیمی  
مقطع: کارشناسی  
مورخه: ۹۰/۲/۶  
زمان: ۱۲۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی ..... شماره دانشجویی .....

۱. نشان دهید  $z_1 = 1 - \sqrt{3}i$  ریشه چندجمله ای

$$P(z) = z^4 - 4z^3 + 12z^2 - 16z + 16$$

است و ریشه های دیگر آن را نیز بدست آورید.

۲. الف) نشان دهید برای  $|x| \leq 1$  داریم

$$\cos^{-1}(-x) = \pi - \cos^{-1}(x), \quad \sin^{-1}(-x) = -\sin^{-1}(x)$$

ب) نشان دهید

$$\sec^{-1}(x) = \begin{cases} \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}\right), & x \geq 1 \\ \pi - \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}\right), & x \leq -1. \end{cases}$$

۳. حدود زیر را محاسبه کنید

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} x(\ln|x|)^2$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{x}}$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n^2+1} + \frac{n}{n^2+4} + \frac{n}{n^2+9} + \dots + \frac{n}{2n^2}\right)$

توجه: قسمت (d) را به انتگرال تبدیل کنید و مقدار آن را محاسبه کنید.

۴. ناحیه محصور به منحنی های  $y = \sin^2 x$ ,  $y = \sin x$  بین  $x = 0$  و  $x = \frac{\pi}{4}$  را در شکل مشخص کرده و مساحت آن را بدست آورید.

۵. انتگرالهای زیر را بدست آورید

a)  $\int \frac{x\sqrt{3-x^2}}{\sqrt{x^2+1}} dx$

b)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{d\theta}{1+\cos\theta+\sin\theta}$

c)  $\int \frac{dt}{(t-1)(t^2-1)^2}$

d)  $\int \frac{dx}{x^2(x^2-1)^{\frac{2}{3}}}$

e)  $\int x^x (\ln x)^x dx$

f)  $\int \frac{dx}{x(3+x^2)\sqrt{1-x^2}}$

موفق باشید.

فرضی  
farzi@sut.ac.ir