



دانشگاه صنعتی سهند  
دانشکده علوم پایه



دفاعیه رساله دکتری  
ریاضی کاربردی – گرایش معادلات دیفرانسیل  
عنوان

مطالعه شارهای هم‌طیف ماتریسی و مسائل مقدار ویژه معکوس برای ماتریس‌های  
پنج قطری

ارائه: مهسا رحیم‌نوه‌سی مقدم

استاد راهنما: دکتر کاظم قنبری

هیات داوران:

دکتر علی اصغر جدیری	دکتر غلامرضا رکنی	دکتر یوسف زمانی	دکتر جواد فرضی	دکتر حنیف میرزائی
دانشگاه تبریز	دانشگاه تهران	دانشگاه صنعتی سهند	دانشگاه صنعتی سهند	دانشگاه صنعتی سهند

مورخه: ۱۳۹۵/۱۱/۱۲ ساعت ۱۰ آمفی تئاتر شهید آوینی

**چکیده:** اغلب فرایندهای فیزیکی توسط مدل‌های ریاضی توصیف می‌شوند به طوری که این مدل‌ها شامل پارامترهایی هستند که بیانگر خواص فیزیکی مهمی می‌باشند. در بررسی یک مدل ریاضی، می‌توان دو مساله را در نظر گرفت: مساله مستقیم و مساله معکوس. تحلیل و پیش‌بینی رفتارهای دینامیکی یک سیستم از پارامترهای فیزیکی آن از جمله جرم، طول، خوالقائی، الاستیسیته، ظرفیت الکتریکی و ... اشاره به یک مساله مستقیم دارد. در مقابل، مساله معکوس، تعیین و یا تخمین پارامترهای سیستم از رفتارهای مشاهده شده و یا مورد انتظار می‌باشد. مسائل معکوس در ارتعاشات با بازیافت یک سیستم ارتعاشی از نوع داده شده به عنوان مثال، سیستم جرم-فنر، طناب، تیر، غشاء و ... از مقادیر ویژه و یا بردارهای ویژه (توابع ویژه) که همان داده‌های طیفی نامیده می‌شوند، مرتبط است. در حالت کلی، اگر چنین داده‌های طیفی را داشته باشیم، ممکن است هیچ سیستمی، تنها یک سیستم و یا سیستم‌های زیادی که دارای این خواص هستند، وجود داشته باشد. سیستمی که بازیافت می‌شود، باید واقعی باشد؛ یعنی پارامترهای تعیین کننده، به عنوان مثال، جرم‌ها، طول‌ها، سختی‌ها و ... باید مثبت باشند. لذا علامت‌ها، مثبت یا منفی بودن، در بطن هر مبحث مساله معکوس قرار دارد.

مطالعه سیستم‌های هم‌طیف، بخش مهمی از تئوری مسائل معکوس در ارتعاشات است. به عبارتی، زمانی که داده‌های طیفی کامل برای به دست آوردن سیستم ارتعاشی یکتا وجود ندارد، خانواده‌ای از سیستم‌های هم‌طیف به عنوان جواب‌هایی از مسائل معکوس ظاهر می‌شوند. در حالت کلی، دو روش برای تشکیل این خانواده‌ها وجود دارد: روش جبری و روش دیفرانسیلی. در روش اول، با استفاده از یک دوران مناسب، عناصر خانواده تولید می‌شود. در روش دوم، از ایده شار هم‌طیف استفاده می‌شود؛ یک ماتریس می‌تواند تحت یک شاری در راستای مسیری شارش (جریان) داشته باشد به طوری که با گذشت زمان، مقادیر ویژه و ساختار ماتریس حفظ شود.

در این رساله، برخی از مسائل مقدار ویژه معکوس و شارهای هم‌طیف ماتریسی را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. در ارتباط با این مباحث، دو مساله جدید ارائه می‌کنیم. مساله اول، روش جدیدی برای بازیافت ماتریس‌های پنج قطری با استفاده از سه مقدار ویژه و پاره‌ای اطلاعات دیگر ارائه می‌کند. در مساله دوم، یک شار هم‌طیف ماتریسی معرفی می‌کنیم که حافظ برخی ساختارهای ماتریس اولیه است. این شار عبارت است از

$$\frac{dA}{dt} = [A_u - A_l, A], \quad A(0) = A_0$$

که در آن  $A$  یک ماتریس از بعد  $n \times n$ ،  $[A, B] = AB - BA$ ، جابه‌جاگر ماتریسی،  $A_u$  مثلث بالایی اکید  $A$  و  $A_l$  مثلث پایینی اکید  $A$  هستند. ثابت می‌کنیم که اگر  $A_0$  دارای خاصیت پلکانی باشد، آنگاه  $A(t)$  نیز دارای همان خاصیت است. همچنین، ثابت می‌کنیم که این شار حافظ برخی خواص مثبت ماتریس  $A_0$  است. در پایان نیز نتایجی در ارتباط با همگرایی جواب شار ارائه می‌کنیم.

#### مقالات

##### Journal papers:

1. M.R. Moghaddam, K. Ghanbari, A.B. Mingarelli, *Isospectral matrix flow maintaining staircase structure and total positivity of an initial matrix*, *Linear Algebra and applications*, 517 (2017) 134-147.
2. M.R. Moghaddam, H. Mirzaei, K. Ghanbari, *On the generalized inverse eigenvalue problem of constructing symmetric pentadiagonal matrices from three mixed eigendata*, *Linear and Multilinear Algebra*, 63(6) (2014) 1154-1166.

##### Conference papers:

1. M.R. Moghaddam, K. Ghanbari, *Isospectral matrix flows and numerical integrators on Lie groups*, *۴th Annual Mathematics Conference*, 25-28 August 2015, Yazd University.
2. M.R. Moghaddam, K. Ghanbari, *Isospectral matrix flows and structure preserving properties*, *10th Seminar on Differential Equations and Dynamical systems*, 6-7 November 2013, University of Mazandaran